ZROZUMIEĆ GWIAZDY
czyli astrofizyka licealna
Wstęp

Jest wiele powodów, by starać się zrozumieć gwiazdy korzystając wyłącznie z matematyki i fizyki licealnej. Astrofizyka jest tą częścią fizyki, która często najbardziej interesuje dzieci i młodzież. Splatają się w niej – i to w fascynujący sposób - wszystkie działy fizyki. Jednak podstawowe i najbardziej atrakcyjne zagadnienia astrofizyczne są zbyt trudne, by omawiać je na poziomie precyzji porównywalnym z innymi działami fizyki. Wobec tego nauczyciele stają przed trudnym wyborem: „machać rękami” snując opowieści o gwiazdach czy też może pomijać te zagadnienia „z braku czasu”. Celem tego artykułu jest wskazanie alternatywy. Okazuje się, że z fascynująco pięknego życia gwiazd można bardzo wiele zrozumieć tylko na podstawie fizyki licealnej (żadnych całek i pochodnych!) i nie popadać przy tym w styl opowiastek o kosmosie.

Niniejsza praca powstała w ramach programu HANDS ON UNIVERSE i była pisana głównie z myślą o nauczycielach fizyki, dlatego też nie są w niej wyjaśniane pojęcia wykraczające poza fizykę szkolną. Jednak autor ma nadzieję, że poniższe rozważania będą zrozumiałe dla osób znających matematykę i fizykę na poziomie szkoły średniej i przy tym żywo interesujących się astrofizyką.

Gwiazdy ciągu głównego

Spróbujmy skonstruować najprostszy model gwiazdy ciągu głównego i zobaczyć, co z niego wynika. Zakładamy, że gwiazda jest ogromną kulą gazową w stanie równowagi. Wobec tego ciążenie działające na każdą cienką warstwę musi być zrównoważone przez różnicę ciśnień. Jeśli rozważymy warstwę o jednostkowej powierzchni i grubości ΔR (rys.1), to stosując I zasadę dynamiki otrzymamy tzw. warunek równowagi hydrostatycznej:

$$\Delta p = g\rho\Delta R \qquad (1)$$

gdzie g to przyspieszenie grawitacyjne w danym miejscu gwiazdy, ρ gęstość gazu w tym miejscu, a p to ciśnienie. Przez duże R oznaczymy promień gwiazdy. Spróbujmy dokonać kilku prostych oszacowań. Niech p oznacza ciśnienie w środku gwiazdy. Na „powierzchni” gwiazdy ciśnienie można praktycznie przyjąć za równe zeru. Wobec tego opuszczając znaki przyrostu w równaniu (1) otrzymamy jakiś średni gradient ciśnienia w gwieździe:

$$\frac{p}{R} \approx \frac{\Delta p}{\Delta R} = g\rho \qquad (2)$$

Uwzględniając, że

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \text{oraz} \quad \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx \frac{M}{4R^3} \qquad (3)$$

otrzymujemy

$$p \approx \frac{GM^2}{4R^4} \qquad (4)$$

Np. dla Słońca otrzymujemy z tych wzorów

$$p \approx 3\cdot 10^{14}\ \text{Pa} \quad \text{i} \quad \rho \approx 1{,}5\ \text{tona/m}^3$$

Ciśnienie w środku Słońca wynosi według standartowego modelu Słońca $4\cdot 10^{16}$ Pa.
Z równania Clapeyrona mamy

$$\rho = \frac{\mu p}{kT}$$

gdzie μ – średnia masa cząsteczki gazu, T – temperatura, a k – stała Boltzmanna.
Podstawiając tu wzory na p (4) i na ρ (3) uzyskujemy łatwo

$$T \approx \frac{\mu GM}{kR}$$

Dla Słońca obliczamy z tego wzoru $T \sim 10^7$ K. Trzeba pamiętać, że oszacowane w ten sposób temperatura i ciśnienie mają charakter wartości średnich czy też charakterystycznych dla wnętrza gwiazdy. Dla porównania rzeczywista temperatura w środku Słońca wynosi $1{,}5 \cdot 10^7$ kelwinów (według modelu standardowego).

Z ostatniego wzoru uzyskujemy zależność

$$T\cdot R \sim M \qquad (5)$$

To bardzo ważne: iloczyn „średniej" temperatury i promienia gwiazdy jest wprost proporcjonalny do jej masy! Tę ciekawą zależność można jeszcze prościej otrzymać stosując twierdzenie o wiriale. Przedstawmy je w największym skrócie: jeśli konfiguracja ma być stabilna, całkowita energia kinetyczna cząsteczek musi być tego samego rzędu co grawitacyjna (dokładnie: grawitacyjna musi być co do modułu 2 razy większa). Tak jest zresztą dla orbit kołowych. Twierdzenie o wiriale można łatwo pojąć intuicyjnie. Jeśli bowiem energia kinetyczna części układu będzie zbyt mała, to nastąpi kolaps. Jeśli będzie zbyt duża, to części się po prostu rozbiegną w przestrzeni. Ponieważ całkowita energia kinetyczna cząsteczek gwiazdy jest proporcjonalna do jej masy i temperatury, a grawitacyjna proporcjonalna do kwadratu masy i odwrotnie proporcjonalna do promienia, zatem

$$T\cdot M \sim M^2/R$$

i oczywiście otrzymujemy równanie (5).

Zauważmy, że z warunku równowagi hydrostatycznej w ogóle nie wynika, że w gwieździe musi być jakiś gradient temperatury. W istocie mogłyby istnieć izotermiczne kule gazowe, gdyby nie traciły energii na promieniowanie! Jednak gwiazdy rzeczywiste tę energię tracą, i to w dużych ilościach. Rozszerzmy zatem nasz prościutki model o dodatkowe założenia. Przyjmijmy, że w centralnym stosunkowo niewielkim jądrze gwiazdy jest wytwarzana energia (jej źródło jest w naszym modelu nieistotne). Ta energia musi zostać przeniesiona przez całe wnętrze gwiazdy i do tego właśnie niezbędne są różnice temperatur. Załóżmy, że transport energii odbywa się na drodze promienistej. Spróbujmy zrozumieć, na czym ten transport polega. Rozpatrzmy dwie cienkie warstwy o jednostkowym polu podstawy i grubości ΔR i różniące się temperaturą o ΔT (rys. 2). Załóżmy dodatkowo, że obie warstwy pochłaniają i promieniują jak ciało doskonale czarne. Wobec tego gorętsza warstwa promieniuje więcej i przez granicę obu warstw przepływa strumień promieniowania

$$L = \sigma(T+ \Delta T)^4 - \sigma T^4$$

Oczywiście wykorzystaliśmy prawo Stefana-Boltzmanna. Jeśli interesują nas tylko zależności między parametrami, to możemy opuszczać w dalszym ciągu wszelkie współczynniki liczbowe. Możemy zatem dla całej warstwy o powierzchni $4\pi R^2$ napisać:

$$L \sim R^2[(T+ \Delta T)^4 - T^4] \sim R^2T^3\Delta T \quad (6)$$

Wykonując działania w nawiasach zostawiliśmy tylko człon z pierwszą potęgą ΔT, bo rozważamy cienkie warstwy, a więc i ΔT musi być małe. Jednak, wbrew pozorom, warstwy nie mogą być w tym rozumowaniu zbyt cienkie, bo nie będą się zachowywać jak ciała czarne! Optymalna grubość warstwy to najmniejsza taka, przy której warstwa pochłania (prawie) całe promieniowanie. Określa ją zależność

$$\chi\, \rho\, \Delta R = 1 \qquad (7)$$

gdzie χ to współczynnik pochłaniania określony jako stosunek energii promieniowania pochłanianej przez jednostkową objętość gazu o jednostkowej gęstości do energii padającej . Jeśli jedynkę ze wzoru (7) podstawimy jako mianownik do prawej strony zależności (6), to otrzymamy

$$L \sim \frac{R^2T^3}{\chi\rho}\frac{\Delta T}{\Delta R} \qquad (8)$$

Teraz widać, że mogliśmy równie dobrze napisać po prawej stronie równania (7) np. 10 zamiast 1, bo w zależności (8) i tak pomijamy współczynniki liczbowe. Zależność (8) to nic innego jak znane w astrofizyce równanie transportu promienistego (w przybliżeniu dyfuzyjnym) z wszystkimi parametrami na właściwych miejscach, lecz bez współczynników liczbowych.

I znów spróbujmy podstawić „globalny" gradient temperatury do zależności (8). Jeśli wstawimy także wzór na gęstość (3), to otrzymamy zależność

$$T^4 R^4 \sim L\,M$$

Jeśli uwzględnimy zależność (5), to otrzymamy piękny i ważny wzór

$$L \sim M^3 \qquad (9)$$

Ponieważ czas życia gwiazdy na ciągu głównym jest wprost proporcjonalny do ilości paliwa czyli do jej masy, a odwrotnie proporcjonalny do jej mocy promieniowania, zatem uwzględniając (9) mamy

$$t \sim M^{-2} \qquad (10)$$

Wykładnik „rzeczywisty" otrzymany przez autora z danych zawartych w tabeli na stronie 339 znakomitej książki Kubiaka [1] w zależności (9) wynosi 3,6 , a w (10) –2,4. Jeśli przypomnijmy sobie niewiarygodnie „prostackie" założenia poczynione wyżej, to wynik należy uznać za zadziwiająco dobry!

To jednak nie koniec. Przyjrzyjmy się teraz „powierzchni" czy raczej fotosferze gwiazdy. Jeśli ma ona temperaturę efektywną T_e i powierzchnię $4\pi R^2$, to pamiętając o prawie Stefana-Boltzmanna możemy na moc promieniowania gwiazdy napisać poniższą zależność

$$L \sim T_e^4 R^2 \qquad (11)$$

Trzeba podkreślić, że temperatura T występująca powyżej ma sens pewnej średniej czy też charakterystycznej temperatury wnętrza gwiazdy i bynajmniej nie jest równa T_e . Jednak dla gwiazd ciągu głównego można założyć, że obie temperatury są do siebie wprost proporcjonalne (to założenie, choć naturalne, wcale nie jest trywialne i autorowi jak dotąd nie udało się go pokazać w ramach fizyki szkolnej). Wobec tego wszędzie w naszych zależnościach możemy zamiennie wstawiać T_e za T i odwrotnie. Zatem z (11), (9) i (5) wynika, że

$$M^3 \sim L \sim T^2 R^2 T^2 \sim M^2 T^2$$

czyli

$$M \sim T^2$$

Teraz możemy napisać kilka niezwykle interesujących zależności

$$T_e \sim M^{0,5} \qquad [0,5] \qquad (12a)$$
$$R \sim M^{0,5} \qquad [0,7] \qquad (12b)$$
$$\rho \sim M^{-0,5} \qquad (12c)$$
$$L \sim T_e^6 \qquad [6,7] \qquad (12d)$$

W nawiasach kwadratowych podane zostały wykładniki „rzeczywiste" uzyskane z danych z pozycji [1]. Dokładność wzorów (12) jest wręcz porażająca, jeśli uzmysłowić sobie niezwykle prymitywny sposób rozumowania, który do tych wyników doprowadził. Ostatnia zależność jest niczym innym jak teoretycznym uzasadnieniem przebiegu linii ciągu głównego na diagramie Hertzsprunga-Russella! Jeśli ograniczyć się do gwiazd cięższych od Słońca, to wykładnik jest równy 6,1 !! Takie ograniczenie ma uzasadnienie, ponieważ w gwiazdach lekkich konwekcja, którą pominęliśmy w naszym modelu, zaczyna grać istotną rolę w transporcie energii. Im lżejsza gwiazda, tym bardziej konwekcyjne jest jej wnętrze (konsekwentnie nie zajmujemy się jądrem). Wobec tego w tych gwiazdach temperatura fotosfery będzie wyższa niż wynikająca z naszego modelu promienistego (dodatkowy sposób transportu energii), a więc przesuną się one na lewo od teoretycznej linii ciągu głównego wieku zero. Tak też jest w istocie!

Na końcu zwróćmy uwagę, że z naszego modelu wynika, iż wszystkie wielkości ważne dla gwiazdy i jej życia wyznacza tylko jeden parametr – jej masa. Rzecz jasna po cichu zakładaliśmy dotąd, że skład chemiczny gwiazd jest taki sam. Ciekawe, że wiele wielkości charakterystycznych dla gwiazdy praktycznie nie zależy od jej masy czyli są takie same dla prawie wszystkich gwiazd ciągu głównego (oczywiście w granicach dokładności naszego modelu). Do wielkości tych należą: ciśnienie, gradient temperatury, przyspieszenie grawitacyjne. Oczywiście chodzi, jak cały czas, o wielkości średnie czy też charakterystyczne.

Niestety, powyższego modelu nie można zastosować do opisu innych typów gwiazd (np. olbrzymów) z powodu ich bardziej złożonej budowy wewnętrznej.

Białe karły

W białych karłach równanie równowagi hydrostatycznej (1) oczywiście obowiązuje, ale jest to już ciśnienie gazu zdegenerowanego z powodu dużych gęstości. Elektrony, protony i neutrony są fermionami tzn. obowiązuje je tzw. zakaz Pauliego: w jednym stanie może się „pomieścić" tylko jedna cząstka. Podstawową trudnością fizyki licealnej jest wyprowadzenie równania stanu gazu zdegenerowanego. Na szczęście można to zrobić bardzo prosto, o ile pominie się współczynniki liczbowe.

Rozważmy jednostkowy sześcian wypełniony gazem fermionowym o tak dużej gęstości i małej temperaturze, że zakaz Pauliego odgrywa decydującą rolę. Cząstki wypełniają wtedy wszystkie możliwe stany energetyczne aż do pewnego pędu p_F zwanego pędem Fermiego. Stany o pędzie większym od p_F są niezajęte (ściśle mówiąc jest tak tylko w zerowej temperaturze). Jaki jest pęd Fermiego w naszym pudle, jeśli jest tam N cząstek? Ponieważ „zajęte" są wszystkie dostępne wartości pędów od 0 do p_F, a są 3 niezależne osie pędów, więc

$$N \sim p_F^3 \qquad (13)$$

Chcemy wiedzieć, od czego zależy ciśnienie gazu zdegenerowanego. Wyobraźmy zatem sobie, że jedna ze ścianek naszego sześcianu jest tłokiem i przesuwamy go o Δx ściskając gaz (rys. 3). Musimy przy tym działać pewną siłą F, więc zasadne jest pytanie, na co „poszła" wykonana przez nas praca. Oczywiście została zużyta na przyrost energii cząstek. Te które były w objętości $1\Delta x$, przeszły do pozostałej części sześcianu. Ale tam wszystkie stany poniżej pędu Fermiego były już zajęte! Wobec tego wszystkie one po ruchu tłoka mają pęd p_F (ściślej mówiąc ich pęd jest zawarty w przedziale $[p_F, p_F+\Delta p]$)! Ponieważ wcześniej miały średnio energię $y\cdot p_F^2/(2\mu)$, gdzie y jest liczbą z przedziału (0,1), więc średnio każda z nich uzyskała energię $(1-y)\cdot p_F^2/(2\mu)$. Zatem wzór na pracę możemy przekształcić następująco pamiętając, że „przesuniętych" cząsteczek jest $N\Delta x$, i że pomijamy współczynniki liczbowe:

$$W = p\Delta x = \Delta E \sim N\Delta x\cdot \frac{p_F^2}{2\mu}$$

Czyli uwzględniając wzór (13) możemy napisać

$$p \sim \frac{N^{5/3}}{\mu}$$

Zwróćmy uwagę, że ciśnienie jest odwrotnie proporcjonalne do masy cząsteczki. Zatem to nie „masywne" protony, ale leciutkie elektrony powstrzymują ogromną grawitację białych karłów! Najbardziej dla nas istotne jest to, że ciśnienie zdegenerowanego gazu nierelatywistycznego jest wprost proporcjonalne do gęstości w potędze 5/3.

$$p \sim \rho^{5/3} \qquad (14)$$

Przy ogromnych gęstościach pęd Fermiego staje się tak duży, iż trzeba stosować relatywistyczny wzór na energię kinetyczną, i tylko to zmienia się w powyższych rozważaniach. Odnotujmy zatem, że w przypadku skrajnie relatywistycznym

$$p \sim p_F N$$

Zatem w przypadku skrajnie relatywistycznym ciśnienie jest proporcjonalne do gęstości gazu w potędze 4/3

$$p \sim \rho^{4/3} \qquad (15)$$

Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że ciśnienie gazu zdegenerowanego praktycznie nie zależy od temperatury (oczywiście tylko przy odpowiednio niskich temperaturach).

Możemy teraz zastosować zależność (14) do białych karłów. Przypomnijmy, że ze związku (4) mamy

$$p \sim M^2 R^{-4}$$

Porównując to z (14) i podstawiając wzór na gęstość (3) otrzymujemy natychmiast

$$R \sim M^{-1/3} \qquad (16)$$

i podstawiając to do (3)

$$\rho \sim M^2 \qquad (17)$$

Z tych związków wypływają ważne wnioski. Otóż wraz ze wzrostem masy białego karła jego promień maleje! Oznacza to, że silnie rośnie jego gęstość. Nie wynika z tych zależności żadna sytuacja graniczna. Trzeba jednak pamiętać, że przy wzroście gęstości rośnie pęd Fermiego (13) i najpierw elektrony, a potem nukleony stają się relatywistyczne.

Rozważmy więc przypadek skrajnie relatywistyczny. Przypomnijmy sobie „uśredniony" warunek równowagi hydrostatycznej (2). Po podstawieniu do prawej strony związków (3), a do lewej (15) otrzymujemy

$$M^{4/3} R^{-5} \sim M^2 R^{-5} \qquad (18)$$

Teraz zauważamy pojawienie się czegoś dziwnego. Faktycznie, zależność od promienia się upraszcza i zostaje jakiś „wzór" na masę. Żeby rozjaśnić sens tej zależności, musimy „przypomnieć" sobie współczynniki liczbowe, które do tej pory konsekwentnie pomijaliśmy. Wobec tego zapiszmy związek (18) bardziej precyzyjnie:

$$a\frac{M^{4/3}}{R^5} = \frac{M^2}{R^5} \qquad (19)$$

gdzie a jest pewną nieznaną nam liczbą. Wobec tego po uproszczeniu

$$M = a^{3/2} \qquad (20)$$

Czyżby równowaga w przypadku skrajnie relatywistycznym była możliwa wyłącznie przy jednej wartości masy gwiazdy? W naszym prymitywnym modelu tak rzeczywiście jest, ale ostrożnie z wnioskami! Przyjrzyjmy się jeszcze raz związkowi (19). Człon po lewej stronie pochodzi od gradientu ciśnienia gazu, a po prawej – od grawitacji. Jeśli gradient ciśnienia gazu byłby większy od siły ciążenia warstwy o jednostkowym polu podstawy, to nastąpiłoby „rozdęcie" gwiazdy i zmniejszenie gradientu aż do zrównoważenia się obu sił (przy spadku gęstości cząstki stałyby się nierelatywistyczne). Jeśli natomiast większe jest ciążenie, nastąpi kolaps grawitacyjny. Przy masie większej niż wynikającej z warunku (20) prawa strona równania (19) jest zawsze większa od lewej. To znaczy, że grawitacja jest zawsze większa od gradientu ciśnienia. Krótko mówiąc: biały karzeł o masie większej niż wyrażonej wzorem (20) istnieć nie może! W ten sposób otrzymaliśmy słynną granicę Chandrasekhara. W dokładniejszych obliczeniach otrzymuje się następujący wynik

$$M_C \approx 1{,}44\ M_S$$

gdzie M_S to masa Słońca.

I znów, podobnie jak w przypadku gwiazd ciągu głównego, nasz prymitywny model przy wszystkich swoich uproszczeniach daje niezły obraz podstawowych zależności w świecie białych karłów.

Czarne dziury

Czarne dziury budzą ogromne zainteresowanie dzieci i młodzieży. Niestety – ogólna teoria względności jest stanowczo zbyt trudna, by można ją było choćby w bardzo okrojonej wersji przedstawiać w szkole. Nauczycielom pozostaje tylko „opowiadanie" o czarnych dziurach bez ścisłego rozumowania i bez jakichkolwiek rozważań ilościowych.

Jednak chyba jest rozsądna alternatywa. Nazwijmy ją roboczo „newtonowskim" modelem czarnych dziur [2]. W tym modelu zakładamy znajomość zwykłej newtonowskiej grawitacji i podstawowych własności fotonu, czyli tego, co jest w szkolnych programach fizyki. Zobaczmy, co można z pomocą takiego modelu zrobić.

Zadajmy pytanie: jaką masę i jaki promień musiałby mieć kulisty obiekt o tak silnej grawitacji, żeby nie mogło go opuścić nawet światło (foton)? Zakładamy przy tym i w całym naszym modelu, że foton oddziałuje grawitacyjnie tak samo jak inne cząstki. Warunkiem na „uwięzienie" światła jest, by energia kinetyczna fotonu była mniejsza od grawitacyjnej. Sytuację graniczną opisuje więc równanie:

$$mc^2 = G\frac{mM}{R} \qquad (21)$$

gdzie m to relatywistyczna masa fotonu. Stąd możemy napisać warunek na promień czarnej dziury czyli tzw. promień grawitacyjny

$$R_g = \frac{GM}{c^2} \qquad (22)$$

Z tego wzoru wynika, że teoretycznie czarną dziurą mogłoby być ciało o dowolnej masie, byleby jego promień był zgodny z powyższym warunkiem. Oczywiste jest teraz, że żadna cząstka nie może oddalić się od czarnej dziury do nieskończoności. Żeby opisać inną fascynującą własność czarnych dziur, rozważmy następującą sytuację. Oto z miejsca o potencjale grawitacyjnym Φ wysyłany jest foton (światło o częstotliwości ν). Foton ten dociera do odległego miejsca, gdzie potencjał grawitacyjny jest już praktycznie równy zeru (to założenie nie jest konieczne, ale trochę upraszcza rachunki). Stosując zasadę zachowania energii można napisać

$$h\nu + m\Phi = h\nu_0 \ (23)$$

gdzie h to stała Plancka. Widzimy, że odległy obserwator odbierze światło o innej, mniejszej częstotliwości (ν_0) niż zostało wysłane. Jest to tzw. grawitacyjne poczerwienienie światła.
Jeśli wstawimy do (23) wzór na masę relatywistyczną fotonu

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$$

to otrzymamy

$$\nu_0 = \nu(1 + \frac{\Phi}{c^2}) \qquad (24)$$

Pamiętając, że okres drgań T jest odwrotnie proporcjonalny do częstotliwości, możemy przekształcić ten wzór do postaci

$$T = T_0(1 + \frac{\Phi}{c^2})$$

Powyższy wzór mówi nam, że gdy między wysłaniem dwóch grzbietów fali upływa czas T, to w miejscu odebrania tych grzbietów upływa inny czas T_0! W ten sposób możemy się przekonać, iż pole grawitacyjne spowalnia bieg czasu według wzoru

$$t = t_0(1 + \frac{\Phi}{c^2}) \qquad (25)$$

Mamy $t < t_0$, ponieważ Φ jest ujemne. Im silniejsze pole ciążenia (im większa wartość bezwzględna Φ), tym mniejszy jest czas t w porównaniu z t_0. Wzór (25) uzyskuje się także w ogólnej teorii względności w przybliżeniu słabych pól. W ramach naszego modelu newtonowskiego nie musieliśmy wcale zakładać, że pola są słabe. Zastosujmy zatem wzór (25) do powierzchni czyli tzw. horyzontu czarnej dziury. Na horyzoncie potencjał grawitacyjny wynosi

$$\Phi = -\frac{GM}{R_g} = -c^2$$

Po podstawieniu tego do wzoru (25) uzyskujemy fascynujący wynik! Gdy zbliżamy się do horyzontu, czas t dąży do zera przy ustalonym t_0 !! Lub - co na jedno wychodzi – czas mierzony w odległym miejscu dąży do nieskończoności przy ustalonym, choćby najkrótszym czasie w pobliżu horyzontu!

Czy oznacza to, że dla astronauty spadającego na czarną dziurę czas płynie coraz wolniej zastygając aż do zera przy przecięciu horyzontu? Tak, ale tylko w porównaniu do czasu dalekiego obserwatora. Sam astronauta spadając swobodnie nie zauważyłby żadnego zakłócenia w przepływie czasu. Czy w takim razie ten dawno rozszarpany przez ogromne siły pływowe czarnej dziury astronauta będzie już do końca świata widoczny? Przecież, gdy u niego mija, powiedzmy, sekunda, u nas na Ziemi na przykład milion lat! Niestety, albo i na szczęście, z tych samych powodów, dla których spowalnia swój bieg czas, światło ma coraz większe kłopoty z dotarciem od astronauty do nas. W efekcie znika on bardzo szybko z naszego pola widzenia. Jednak w ostatnim momencie przed przecięciem horyzontu astronauta teoretycznie może zobaczyć całą przyszłość Wszechświata [3], bowiem światło z całego Kosmosu dociera do niego bez przeszkód. Efekt spowolnienia czasu aż do zera na horyzoncie wynika z ogólnej teorii względności i doprawdy dziwne jest, że nasz tak prosty, że aż prostacki, model potrafi to odtworzyć.

Są jednak pewne koszty, które trzeba zapłacić. Model newtonowski nieprawidłowo opisuje najbardziej intrygujące cechy czarnych dziur i może też wprowadzać w błąd. Np. w ramach tego modelu cząsteczki mogą wyskakiwać z wnętrza czarnej dziury ponad horyzont, choć muszą spaść z powrotem. W prawdziwych czarnych dziurach horyzont można przekraczać tylko w jedną stronę. Nawet nasz wzór na promień grawitacyjny (22) jest nieprawdziwy. Prawidłowy, wynikający z ogólnej teorii względności wzór wygląda następująco:

$$R_g = \frac{2GM}{c^2} \qquad (26)$$

Jak widać, różni się od newtonowskiego tylko dwójką. Dość często różni autorzy próbują zależność (26) „wyprowadzić” z popularnego wzoru na drugą prędkość kosmiczną:

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \qquad (27)$$

Rzeczywiście, jeśli przyjąć, że druga prędkość kosmiczna na horyzoncie czarnej dziury ma wynosić c, to ze wzoru (27) natychmiast wynika równość (26). Jednak to postępowanie nie jest fair. Przecież żeby wyprowadzić wzór (27), trzeba użyć newtonowskiego wzoru na energię kinetyczną, a to z pewnością nie jest dozwolone dla prędkości światła, co każdy uczeń wiedzieć powinien! Poza tym, w przeciwieństwie do określenia (22), z równania (27) nie da się w ramach fizyki szkolnej wyciągnąć tak interesujących konsekwencji.

Umiejętność konstruowania modeli na podstawie posiadanej wiedzy i wyciągania z nich interesujących wniosków jest – zdaniem autora – znacznie ważniejszym celem nauczania niż samo wyuczenie się właściwych wzorów, jeśli nic z nich ciekawego dla ucznia nie wynika.

Trudno też uniknąć porównania newtonowskiego modelu czarnych dziur z modelem atomu Bohra. Oba opisują tylko pewne aspekty zagadnień, które opisać chcą, i oba dają fałszywy obraz wielu innych aspektów tych zagadnień. Jednak – zdaniem autora – opisany wyżej model ma nad modelem Bohra przynajmniej jedną dydaktyczną przewagę. Po prostu nie jest sprzeczny z już posiadaną przez uczniów wiedzą.

Ludwik Lehman

Przypisy:

[1] M. Kubiak „Gwiazdy i materia międzygwiazdowa”, PWN Warszawa 1994

[2] L. Lehman „O czarnych dziurach bez ogólnej teorii względności”, Fizyka w Szkole 1988,s.222

[3] M. Begelmann, M. Rees „Ta siła fatalna“ Prószyński i Ska, Warszawa 1999